**Série d’exercices sur la régression simple :**

X²(1,0.05)=3,84 ; X²(3,0.05)=11,34

**Exercice 2 :**

Soit un pays ou l’enseignement peut être confié au secteur privé et au secteur public, on a de bonnes raisons de penser que les familles a revenu élevé envoient leurs enfants dans des écoles privés, pour le vérifier on étudie la relation entre les revenus et le type d’école fréquenté.

Une étude d’un échantillon de 1600 familles a fourni des résultats suivants :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Revenu/Ecole | prive | Public |
| Faible | 506 | 494 |
| Elevé | 438 | 162 |

Etudier la dépendance entre les caractères école et revenu.

**Exercice 3:**

Le tableau ci après donne les résultats de 7 déterminations de la distance nécessaire à l’arrêt d’une voiture (y) en fonction de sa vitesse(x).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N°voiture | Vitesse(km/h)(x) | Distance(m)(y) |
| 1 | 33 | 5.3 |
| 2 | 49 | 14.45 |
| 3 | 65 | 20.21 |
| 4 | 33 | 6.5 |
| 5 | 79 | 38.45 |
| 6 | 49 | 11.23 |
| 7 | 93 | 50.42 |

1. Représenter graphiquement les 7 points . Quelle est la forme de la courbe représentant la moyenne de y en fonction de x ?
2. Substituer à y sa racine carrée z= . Représenter les 7 points x,z quelle serait la forme de la courbe représentant z en fonction de x ? Vérifier la validité de l’ajustement.
3. Ajuster la courbe z=ax+b par la méthode des moindres carrés. Utiliser cette équation pour déterminer la distance à l’arrêt d’une voiture lancée à 85km/h

**Exercice n° 4 :**

Sur une période déterminée, la direction commerciale d’une société de construction automobile a étudié , en fonction des informations fournies par n=55 succursales et agences, l’influence du montant X des ventes de voitures automobiles d’une marque concurrentielle (en dizaines de milliers d’euro) sur celui z des ventes de voitures de sa marque (en dizianes de milliers d’euro).

On signale que :

X=200 ; Z=240 ; ;

Calculer le coefficient de corrélation linéaire .

1. Peut envisager l’existence d’une liaison linéaire entre x, et Z ?
2. Etablir l’équation de la droite z=ax+b par la méthode des moindres carrés.

**Exercice 5 :**

Démontrer que l’extremum a=(XtX)-1XtY est bien un minimum de la fonctionnelle ete avec e=Y-Xa.

**Exercice 6 :**

Soit le modèle : Y=Xα + ε . Sous l’hypothèse de Gauss Markov, vérifier que : E(y)= Xα et

var (y)=σ²I telle que I est la matrice identité.

**Exercice 7 :**

Ecrire le programme qui réalise la régression linéaire simple.

**Série d’Exercices sur la Régression Multiple :**

**Exercice 1 :**

Le tableau suivant représente le chiffre d’affaires d’un magasin en fonction de sa surface et de la population environnante. En supposant que le chiffre d’affaire dépend linéairement de la surface et de la population :

1. Etablir le modèle qui exprime une telle dépendance.
2. Calculer les estimateurs des coefficients du modèle en utilisant un ajustement des moindres carrés.
3. Calculer la somme des carrés des résidus.
4. Chercher un estimateur sans biais de la matrice des covariances du vecteur des estimateurs des coefficients. En déduire les écarts types des coefficients du modèle.

On veut prévoir le chiffre d’affaires d’un magasin dont la surface serait 23 et la population environnante 64

Etablir cette prévision.

Donner une estimation de la variance de l’erreur de prévision.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Population | Surface | Chiffre d’affaire |
| 70 | 21 | 198 |
| 35 | 26 | 209 |
| 55 | 14 | 197 |
| 25 | 10 | 156 |
| 28 | 12 | 85 |
| 43 | 20 | 187 |
| 15 | 5 | 43 |
| 33 | 28 | 211 |
| 23 | 9 | 120 |
| 4 | 6 | 62 |
| 45 | 10 | 176 |
| 20 | 8 | 117 |
| 56 | 36 | 273 |

**Exercice 2 :**

Le responsable d’un club sportif, interessé par les performances athlétiques en saut en longueur des ses joueurs, se voit communiquer les résultats recueuillis sur 5 champions à l’entrainement et résumés dans le tableau suivant :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | Y |
| 20 | 60 | 5 | 8 |
| 25 | 65 | 6 | 7 |
| 30 | 80 | 7 | 6 |
| 35 | 70 | 6 | 8 |
| 40 | 85 | 5 | 6 |

X1 : Age ;X2 :poids ;X3 :capacité pulmonaire ;Y : Performance en saut en longueur.

1. Trouver l’équation de régression des moindres carrés Y en X1,X2,X3 »
2. Peut on dire que les performances athlétiques en saut dépendant linéairement de l’âge, le poids et la capacité pulmonaire.
3. Estimer les performances d’un jouer ayant un âge , poids et capacité pulmonaire resp. 20,69, et 7.

**Exercice 3 :**

Montrer ce qui suit :

* X²=
* Zx et Zy sont deux variables centrés et réduits : Cov(Zx,Zy)=Cov(X,Y)/ σx σy
* Var(X)=1/n
* Var(x)=E(XXt)=E((X-E(X))(X-E(X))t)
* E(a)= α ; var (a)= σ²(XtX)-1

**Exercice 4 :**

En industrie du ciment , on s’intéresse à la quantité de chaleur dégagée(y) au moment de la prise, en fonction du dosage de trois éléments chimiques X1,X2 et X3, Le recueil de 13 observations a fourni le tableau de données suivant :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Y | X1 | X2 | X3 |
| 78.5 | 7 | 26 | 60 |
| 74.5 | 1 | 29 | 52 |
| 104.3 | 11 | 56 | 20 |
| 87.6 | 11 | 31 | 47 |
| 95.9 | 7 | 52 | 33 |
| 109.2 | 11 | 55 | 22 |
| 102.7 | 3 | 71 | 6 |
| 72.5 | 1 | 31 | 44 |
| 93.1 | 2 | 54 | 22 |
| 115.9 | 21 | 47 | 26 |
| 83.8 | 1 | 40 | 34 |
| 113.3 | 11 | 66 | 12 |
| 109.4 | 10 | 68 | 12 |

La corrélation linéaire entre les différentes variables est telle que :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Corrélation | Y | X1 | X2 | X3 |
| Y | 1 |  |  |  |
| X1 | 0.731 | 1 |  |  |
| X2 | 0.816 | 0.229 | 1 |  |
| X3 | -0.821 | -0.245 | -0.973 | 1 |

1. Que veulent dire les « 1 » qui se trouvent dans la matrice de corrélation ? Que peut on dire sur les variables Y et X1 ; Y et X2 ; Y et X3 ;X1 et X2 et enfin X1, X2 et X3 ?
2. Dans la suite on se limite aux seules variables explicatives X1 et X2. Que représente l’équation qui explique Y par les deux variables X1 et X2 ?Trouver les coefficients de cette équation , en supposant q’un ajustement linéaire au sens des moindres carré est possible.
3. Quelle quantité de chaleur peut on prévoir dans le cas suivant X1=9 et X2=35 ?

**Indication** :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | X1 | X2 | Y |
| X1 | 34,60 |  |  |
| X2 | 20,92 | 242,14 |  |
| Y | 64,55 | 190,76 | 225,61 |